

מתמטיקה למדעים 1

פרק 19 - אינטגרלים טריגונומטריים

תוכן העניינים

1. אינטגרלים טריגונומטריים - מבוא (ללא ספר)
2. אינטגרלים טריגונומטריים - פתרון על ידי זהויות 1

אינטגרלים טריגונומטריים – פתרון על ידי זהויות

זכרו כי:

$\int \cos x dx = \sin x + c$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$
$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$
$\int \tan x dx = -\ln \cos x + c$	$\int \tan(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \ln \cos(ax+b) + c$
$\int \cot x dx = \ln \sin x + c$	$\int \cot(ax+b) dx = \frac{1}{a} \ln \sin(ax+b) + c$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + c$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + c$

שאלות

חשבו את האינטגרלים הבאים:

- (1) $\int \left(\sin 2x - 4 \cos \frac{x}{3} \right) dx$
- (2) $\int \frac{dx}{\cos^2 4x}$
- (3) $\int \frac{dx}{\sin^2 10x}$
- (4) $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$
- (5) $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$
- (6) $\int (\sin x + \cos x)^2 dx$
- (7) $\int \sin x \cos x \cos 2x dx$
- (8) $\int \tan^2 x dx$
- (9) $\int \frac{dx}{(\sin x \cos x)^2}$
- (10) $\int \sin 7x \cos 5x dx$
- (11) $\int (\cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x) dx$
- (12) $\int (\sin^4 x + \cos^4 x) dx$
- (13) $\int \cos^2 x dx$
- (14) $\int \sin^2 4x dx$
- (15) $\int \cos^3 x dx$
- (16) $\int \sin^3 4x dx$
- (17) $\int \cos^4 x dx$
- (18) $\int \sin^4 4x dx$
- (19) $\int \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} dx$
- (20) $\int \frac{\sin 5x - \sin x}{\sin 4x - \sin 2x} dx$
- (21) $\int \frac{\sin 2x - \cos 2x + 1}{\sin 2x + \cos 2x + 1} dx$
- (22) $\int \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} dx$
- (23) $\int \frac{1 + \cos^3 x}{\cos^2 \frac{x}{2}} dx$
- (24) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$

תשובות סופיות

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}\cos 2x - 12\sin \frac{x}{3} + c \quad (1) \\
 & -10\cot 10x + c \quad (3) \\
 & \frac{1}{2}\sin 2x + c \quad (5) \\
 & -\frac{1}{16}\cos 4x + c \quad (7) \\
 & \tan x - \cot x + c \quad (9) \\
 & \sin x + c \quad (11) \\
 & \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c \quad (13) \\
 & \frac{3}{4}\sin x + \frac{1}{12}\sin 3x + c \quad (15) \\
 & \frac{3}{8}x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + c \quad (17) \\
 & -\cot x - x + c \quad (19) \\
 & \ln|\cos x| + c \quad (21) \\
 & 3x + \frac{1}{2}\sin 2x - 2\sin x + c \quad (23) \\
 & \frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 2x - \frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{24}\sin 6x\right) + c \quad (24) \\
 & \frac{1}{4}\tan 4x + c \quad (2) \\
 & \frac{1}{2}\sin 2x + c \quad (4) \\
 & x - \frac{1}{2}\cos 2x + c \quad (6) \\
 & \tan x - x + c \quad (8) \\
 & \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{12}\cos 12x - \frac{1}{2}\cos 2x\right) + c \quad (10) \\
 & \frac{3}{4}x + \frac{1}{16}\sin 4x + c \quad (12) \\
 & \frac{x}{2} - \frac{\sin 8x}{16} + c \quad (14) \\
 & -\frac{3}{16}\cos 4x + \frac{1}{48}\cos 12x + c \quad (16) \\
 & \frac{3}{8}x - \frac{1}{16}\sin 8x + \frac{1}{128}\sin 16x + c \quad (18) \\
 & 2\sin x + c \quad (20) \\
 & -\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + c \quad (22)
 \end{aligned}$$